

FORMATION INTERMÉDIAIRE

MAT 2021

**CAHIER 5
ET
CORRIGÉ**

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	TABLE DES MATIÈRES
			I

1.0	GÉOMÉTRIE	1
1.1	Donner un bref aperçu historique de la géométrie égyptienne et grecque	1
2.0	POLYGONES	2
2.1	Décrire un polygone	2
2.2	Classifier les polygones d'après le nombre de côtés	5
	Exercice 1	6
3.0	TRIANGLES	7
3.1	Trouver la somme des angles d'un triangle	7
3.2	Étant donné les mesures de deux angles d'un triangle, calculer la valeur du troisième angle	9
	Exercice 2	11
3.3	Déterminer algébriquement la mesure de certains angles	13
	Exercice 3	16
3.4	Définir le triangle rectangle	18
3.5	Identifier l'hypoténuse et les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle	19
3.6	Donner l'énoncé de la Relation de Pythagore	20
3.7	Calculer la longueur de l'un des côtés d'un triangle rectangle, connaissant la longueur de deux côtés	22
	Exercice 4	24
3.8	Appliquer la Relation de Pythagore dans les problèmes écrits	25
	Exercice 5	27
3.9	Définir la congruence de deux triangles	28
3.10	Identifier les triangles congrus selon les conditions : CCC, CAC, ACA	30
	Exercice 6	33
4.0	QUADRILATÈRES	35
4.1	Définir un quadrilatère	35
4.2	Classifier les quadrilatères	36
	Exercice 7	42

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	TABLE DES MATIÈRES
			II

4.3	Reconnaître les propriétés des diagonales : d'un carré, d'un rectangle, d'un losange et d'un parallélogramme	48
	Exercice 8	54
5.0	ANGLES DES POLYGONES	55
5.1	Calculer la somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone	55
5.2	Calculer la mesure d'un angle intérieur d'un polygone régulier	58
5.3	Calculer la somme et la mesure des angles extérieurs d'un polygone	60
	Exercice 9	63
6.0	CERCLES	64
6.1	Décrire le cercle et ses principaux éléments	64
6.2	Appliquer la relation entre une corde et le rayon qui lui est perpen- diculaire	68
6.3	Appliquer la relation entre deux cordes congrues et le centre d'un cercle	69
	Exercice 10	70
6.4	Construire, à l'aide du compas et de la règle, un cercle passant par trois points non alignés	73
	Exercice 11	74
7.0	EXERCICE DE RENFORCEMENT	75
8.0	SYMBOLES	81

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			1

1.0 GÉOMÉTRIE

1.1 DONNER UN BREF APERÇU HISTORIQUE DE LA GÉOMÉTRIE ÉGYPTIENNE ET GRECQUE

En remontant dans l'histoire, on réalise que l'homme des cavernes utilisait déjà le point et la ligne pour dessiner sur le sable et dans la pierre.

Le premier peuple à développer la géométrie fut les Égyptiens. Ils se penchèrent sur cette branche de la connaissance pour résoudre des problèmes pratiques. À cette époque, les paysans payaient déjà des taxes proportionnées à l'étendue de leurs champs, de là le besoin de recourir à des techniques d'arpentage. Comme les inondations du Nil détruisaient annuellement les bornes, ces "arpenteurs" devaient recommencer leur travail chaque année.

Les Égyptiens accumulèrent certaines connaissances pratiques, mais ne les rationalisèrent jamais pour en faire une science. Ainsi pour tracer un angle droit au coin d'un champ, ils formaient au moyen de cordes nouées à distance égale, le triangle ayant les dimensions 3, 4, 5. Il s'agissait du "triangle d'or", mais ils ne se préoccupaient guère de savoir si des triangles semblables existaient. Ce furent les Grecs qui amenèrent la géométrie à un haut degré de perfection. Quand ils prirent contact avec cette science égyptienne, ils essayèrent de démontrer la validité du procédé égyptien.

La géométrie grecque était beaucoup plus un exercice de raisonnement qu'un instrument de travail. À cette époque, le nom d'Euclide est devenu synonyme de géométrie et son oeuvre, Les Éléments, fut le premier traité de géométrie. Cette oeuvre comprend treize volumes dont six sont la substance de ce qu'on enseigne encore comme géométrie dans les écoles.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			2

2.0 POLYGONES

2.1 DÉCRIRE UN POLYGONE

LIGNE BRISÉE

Une **ligne brisée** est une ligne formée de segments consécutifs reliant des points non-alignés.

+))))))))) ,
 * Exemple *
 .))))))))) -

POLYGONE

Un **polygone** est une ligne brisée fermée, c'est-à-dire qui revient à son point de départ.

+))))))))) ,
 * Exemple *
 .))))))))) -

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			3

Remarques

1. Un polygone est régulier lorsque les côtés et les angles sont congrus.
2. Il est irrégulier lorsque les côtés et les angles ne sont pas congrus.

+))))))))) ,

* Exemples *

.))))))))) -

polygone régulier

polygone irrégulier

Dans un polygone on distingue :

le **côté** : chaque segment composant la ligne brisée;

le **sommet** : le point de rencontre de deux côtés consécutifs;

l'**angle intérieur** : l'angle à l'intérieur de chaque sommet;

la **diagonale** : le segment joignant deux sommets non consécutifs.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			4

Soit le polygone ABCDE.

côtés : AB, BC, CD, DE, EA

sommets : A, B, C, D, E

angles intérieurs : $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ (rentrant), $\angle E$

diagonale : AC, AD

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			5

2.2 CLASSIFIER LES POLYGONES D'APRÈS LE NOMBRE DE CÔTÉS

Il est facile de déterminer le nombre de côtés d'un polygone et de le classer selon ce critère.

Un polygone qui a . . . côtés	est appelé . . .
3	triangle
4	quadrilatère
5	pentagone
6	hexagone
7	heptagone
8	octogone

On obtient un nombre illimité de familles, car le nombre de côtés peut croître indéfiniment. Certains polygones n'ont pas de noms particuliers. On dit un polygone de 20 côtés, etc.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 1
			6

1. Quel nom donne-t-on à un polygone qui a :

- a. 5 côtés?
- b. 8 angles intérieurs?
- c. 3 côtés?
- d. 4 sommets?

2. Donner le nom de chaque polygone.

a. b.

c. d.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			7

3.0 TRIANGLES

3.1 TROUVER LA SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE

Soit un $\triangle ABC$.

Tracer DE parallèle à BC en passant par A.

On a $\angle 1 = \angle 4$ [alternes-internes]
 et $\angle 3 = \angle 5$ [alternes-internes]
 mais $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ [angle plat]
 alors $\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$ [$4 + 2 + 5 \Rightarrow \angle$ s d'un]

Conclusion

La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180° .

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			8

Soit un $\triangle ABC$.

Tracer une demi-droite BA.

On a $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ [angle plat]
 et $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ [somme des mesures des angles intérieurs
 d'un triangle]
 alors $\angle 1 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$
 $\angle 4 = \angle 2 + \angle 3$

Conclusion

<p>La mesure d'un angle extérieur d'un triangle est égale à la somme des mesures des angles intérieurs qui ne lui sont pas adjacents.</p>

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			9

3.2 ÉTANT DONNÉ LES MESURES DE DEUX ANGLES D'UN TRIANGLE, CALCULER LA VALEUR DU TROISIÈME ANGLE

Soit un $\triangle ABC$.

La somme des mesures des angles d'un triangle est de 180° .

Donc $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

si $\angle BAC = 55^\circ$ et $\angle ACB = 80^\circ$

alors $\angle ABC = 180^\circ - (55^\circ + 80^\circ)$

$\angle ABC = 180^\circ - 135^\circ$

$\angle ABC = 45^\circ$

+))))))))) ,

* Exemples *

.))))))))) -

1) Deux angles d'un triangle mesurent respectivement 60° et 75° .

Calculer la mesure de l'autre angle.

Somme des deux angles = $60^\circ + 75^\circ$

= 135°

Troisième angle = 180°

-135°

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			10

45°

3° angle : 45°

- 2) Dans un triangle rectangle, un des angles aigus mesure 49°. Calculer la mesure des autres angles.

Un angle mesure 90° puisque le triangle est rectangle.

$$\begin{aligned}
 \text{Le 3° angle} &= 180^\circ - (90^\circ + 49^\circ) \\
 &= 180^\circ - (139^\circ) \\
 &= 180^\circ - 139^\circ \\
 &= 41^\circ
 \end{aligned}$$

Angles : 90° et 41°

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 2
			11

1. Calculer la mesure du troisième angle d'un triangle si les mesures des deux autres angles sont les suivantes.

a. 45° et 12°	e. 125° et 46°
b. 18° et 73°	f. 13° et 108°
c. 93° et 45°	g. 120° et 43°
d. 60° et 60°	h. 52° et 25°

2. Soit le triangle ABC.
 - a. Calculer $\angle A$.
 - b. Calculer la longueur de AB. Justifier la réponse.
 - c. Classifier ce triangle d'après les angles.
 - d. Classifier ce triangle d'après les côtés.

3. Calculer l'angle au sommet d'un triangle isocèle DEF si l'angle E à la base mesure 28° .

4. Calculer la mesure d'un angle à la base d'un triangle isocèle sachant que la mesure de l'angle au sommet égale 66° .

5. Calculer la mesure de l'angle B dans le triangle ABC rectangle en C si la mesure de l'angle A est 52° .

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 2
			12

6. Calculer la mesure d'un angle aigu à la base d'un triangle rectangle isocèle.
7. Calculer la valeur des angles suivants si $\angle 1 = 85^\circ$; $\angle 3 = 40^\circ$ et $DE \parallel BC$.

- a. $\angle 2$
b. $\angle 4$
c. $\angle 5$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			13

3.3 DÉTERMINER ALGÈBRIQUEMENT LA MESURE DE CERTAINS ANGLES

En appliquant les connaissances déjà acquises concernant les propriétés des angles et des triangles, on peut algébriquement déterminer la mesure de certains angles.

Soit un $\triangle ABC$.

Calculer la mesure des angles $\angle A$, $\angle B$ et $\angle C$.

$$\begin{array}{l}
 \text{Puisque } \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad [\text{La somme des } \angle \text{s d'un } \triangle \text{ est égale à } 180^\circ.] \\
 \text{alors } 4x + x + x = 180^\circ \\
 \quad \quad \quad \frac{6x}{6} = \frac{180^\circ}{6} \\
 \quad \quad \quad x = 30^\circ
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Donc } \angle A = 120^\circ \quad [30^\circ \times 4 = 120^\circ] \\
 \quad \quad \angle B = 30^\circ \\
 \quad \quad \angle C = 30^\circ
 \end{array}$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			14

+))))))))) ,

* Exemples *

.))))))))) -

1) Calculer la valeur des angles.

$$\begin{aligned}
 \text{Soit } x^\circ + 48^\circ + 90^\circ &= 180^\circ && \text{[somme des } \angle\text{s d'un } \quad \text{]} \\
 x^\circ &= 180^\circ - (48^\circ + 90^\circ) \\
 x^\circ &= 180^\circ - 138^\circ \\
 x^\circ &= 42^\circ \\
 \\
 z^\circ &= 180^\circ - 48^\circ && \text{[} \angle\text{s supplémentaires]} \\
 z^\circ &= 132^\circ \\
 \\
 y^\circ &= 180^\circ - 90^\circ && \text{[} \angle\text{s supplémentaires]} \\
 y^\circ &= 90^\circ
 \end{aligned}$$

2) Calculer la valeur de tous les angles.

$$\begin{aligned}
 \text{Soit } \angle ABC &= \angle BCA && \text{[isocèle } AB = AC\text{]} \\
 \angle ABC &= 50^\circ
 \end{aligned}$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			15

$$\angle BCA = 50^\circ$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			16

$$\angle BAC + \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ$$

$$\angle BAC + 50^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ)$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\angle BAC = 80^\circ$$

Soit $\angle BAD + \angle ABD + \angle BDA = 180^\circ$

$$\angle BAD + 50^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BAD = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ)$$

$$\angle BAD = 180^\circ - 140^\circ$$

$$\angle BAD = 40^\circ$$

Soit $\angle DAC + \angle ADC + \angle DCA = 180^\circ$

$$\angle DAC + 90^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\angle DAC = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ)$$

$$\angle DAC = 180^\circ - 140^\circ$$

$$\angle DAC = 40^\circ$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 3
			17

1. Calculer les valeurs manquantes.

a.

b.

c.

d.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 3
			18

2. Calculer la valeur des angles suivants en utilisant la figure ci-dessous comme référence.

- a. Si $\angle x$ mesure 130° et $\angle e$ mesure 45° , calculer la mesure de $\angle z$.
- b. Si $\angle d$ mesure 60° et $\angle f$ mesure 60° , calculer la mesure de $\angle e$. Quel genre de triangle est décrit ici?
- c. Si $\angle y$ mesure 110° et $\angle d$ mesure 56° , calculer les mesures de $\angle x$, $\angle f$ et $\angle z$.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			19

3.4 DÉFINIR LE TRIANGLE RECTANGLE

TRIANGLE RECTANGLE

Un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit, c'est-à-dire un angle qui mesure 90° .

Soit le triangle ABC rectangle en C.

Le côté AB est représenté par "c".

Le côté BC est représenté par "a".

Le côté AC est représenté par "b".

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			20

3.5 IDENTIFIER L'HYPOTÉNUSE ET LES CÔTÉS DE L'ANGLE DROIT D'UN TRIANGLE RECTANGLE

HYPOTÉNUSE

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé l'**hypoténuse**.

CÔTÉS DE L'ANGLE DROIT

Les deux autres côtés d'un triangle rectangle, soit les deux cotés perpendiculaires, sont les **côtés de l'angle droit**.

Soit le triangle ABC rectangle en C.

AB est l'hypoténuse.
AC et CB sont les côtés de l'angle droit.

Remarque

L'hypoténuse est toujours le côté le plus long.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			21

3.6 DONNER L'ÉNONCÉ DE LA RELATION DE PYTHAGORE

Vers le VI^e siècle avant Jésus-Christ, un mathématicien grec du nom de Pythagore réussit à démontrer une relation importante entre les trois côtés d'un triangle rectangle. Cette relation, porte le nom de **RELATION DE PYTHAGORE**. Grâce à cette découverte, lorsqu'on connaît deux côtés d'un triangle rectangle, on peut trouver le troisième côté.

RELATION DE PYTHAGORE

Dans tout triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse égale la somme des carrés des mesures des autres côtés.

Soit un triangle ABC rectangle en C.

On a $c^2 = a^2 + b^2$

Où c représente la mesure de l'hypoténuse.
 a représente la mesure d'un côté de l'angle droit.
 b représente la mesure de l'autre côté de l'angle droit.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			22

La Relation de Pythagore peut être vérifiée à l'aide du graphique ci-dessous.

On a $5^2 = 3^2 + 4^2$
 $25 = 9 + 16$
 $25 = 25$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			23

3.7 CALCULER LA LONGUEUR DE L'UN DES CÔTÉS D'UN TRIANGLE RECTANGLE, CONNAISSANT LA LONGUEUR DE DEUX CÔTÉS

La Relation de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle, lorsque les longueurs des deux autres côtés sont connues.

+))))))))) ,

* Exemples *

.))))))))) -

- 1) Calculer la longueur de l'hypoténuse du triangle ci-dessous.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 24^2 + 10^2$$

$$c^2 = 576 + 100$$

$$c^2 = 676$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{676}$$

$$c = 26$$

[extraire $\sqrt{\quad}$ de chaque côté]

hypoténuse = 26

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			24

2) Calculer le côté de l'angle droit dont la longueur est inconnue.

$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 34^2 &= a^2 + 30^2 \\
 1156 &= a^2 + 900 \\
 1156 - 900 &= a^2 \\
 256 &= a^2 \\
 \sqrt{256} &= a \\
 16 &= a
 \end{aligned}$$

côté : 16

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 4
			25

1. Reproduire le tableau suivant et le compléter.
Donner les réponses au dixième près.

Côté de l'angle droit	Côté de l'angle droit	Hypoténuse
2,1	3,6	
9	9	
	16	41
4	7,5	
2	3	
7		25
	4,6	7,8
2,8		4,5
	16	34
1,6	2,1	
6	5,2	
15		25
0,8	1,4	
	1,5	3,8
1	5	
	9	12

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			26

3.8 APPLIQUER LA RELATION DE PYTHAGORE DANS LES PROBLÈMES ÉCRITS

Plusieurs problèmes d'ordre pratique sont résolus en employant la Relation de Pythagore. Un croquis s'avère toujours utile dans la résolution de ce genre de problèmes.

+))))))))) ,

* Exemples *

.))))))))) -

- 1) Une échelle d'une hauteur de 8 m est placée contre un mur de telle sorte que, au sol, le pied de l'échelle est situé à 2 m du mur. Calculer à quelle hauteur du sol est situé le haut de l'échelle.

$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 8^2 &= a^2 + 2^2 \\
 64 &= a^2 + 4 \\
 64 - 4 &= a^2 \\
 60 &= a^2 \\
 \sqrt{60} &= \sqrt{a^2} \\
 7,7 &= a
 \end{aligned}$$

La hauteur est 7,7 m.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			27

- 2) Deux enfants partent en même temps de la maison de leurs parents et marchent à la même vitesse. L'un se dirige vers le nord et l'autre vers l'est. Calculer la distance qui les sépare au bout de 5 km.

$$\begin{aligned}
 c^2 &= 5^2 + 5^2 \\
 c^2 &= 25 + 25 \\
 c^2 &= 50 \\
 \sqrt{c^2} &= \sqrt{50} \\
 c &= 7,1
 \end{aligned}$$

La distance est 7,1 km.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 5
			28

Calculer les réponses au dixième près.

1. Un régiment quitte son camp en camion et parcourt 8 km vers l'ouest, puis 40 km vers le nord. À quelle distance de son camp se trouve-t-il?
2. La diagonale d'un champ rectangulaire de 14 m de largeur mesure 50 m. Calculer la longueur du champ.
3. Un arbre de 20 m de hauteur projette une ombre de 10 m. Calculer la distance entre l'extrémité de l'ombre et la cime de l'arbre.
4. Quelles sont les mesures du plus grand triangle rectangle que l'on peut découper dans un carton de 35 cm sur 40 cm?
5. Une pente de ski a 10 m de long. Si la hauteur de la pente est de 6 m, calculer la distance entre les deux extrémités de la pente.
6. Calculer la longueur d'une échelle permettant de rejoindre une fenêtre située à 22 m du sol si la base de l'échelle est située à 7 m du mur.
7. Calculer la longueur de la diagonale d'un carré dont le côté mesure 10 cm.
8. Calculer la longueur du côté d'un carré dont la diagonale mesure 10 cm.
9. Une pièce d'étoffe rectangulaire mesure 1,5 m de longueur sur 1,0 m de largeur. Quelle est la distance d'un coin à celui qui lui est diagonalement opposé?

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			29

2. Pour distinguer les éléments correspondants qui sont de mesures égales, il est convenu d'utiliser des symboles identiques pour marquer les côtés et les angles.

+))))))))) ,
 * Exemples *
 .))))))))) -

- 1) Si le $\triangle XYZ \cong \triangle ABC$, d'après l'ordre des sommets, énoncer les six égalités qui en découlent.

$$\begin{array}{ll} \angle X = \angle A & XY = AB \\ \angle Y = \angle B & YZ = BC \\ \angle Z = \angle C & XZ = AC \end{array}$$

- 2)

Dans la figure ci-dessus, si $\triangle AOD \cong \triangle BOC$, énoncer les six égalités qui en découlent.

$$\begin{array}{ll} \angle AOD = \angle BOC & AO = BO \\ \angle A = \angle B & DO = CO \\ \angle D = \angle C & AD = BC \end{array}$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			30

3.10 IDENTIFIER LES TRIANGLES CONGRUS SELON LES
CONDITIONS : CCC, CAC, ACA

D'après la définition de la congruence, il faut six éléments pour conclure que deux triangles sont congrus. Cependant, dans certains cas, il suffit de trois égalités puisque les trois autres en découlent.

Il existe trois **CAS DE CONGRUENCE** permettant d'affirmer la congruence sans avoir à superposer deux triangles.

1^{er} cas : CÔTÉ - CÔTÉ - CÔTÉ abrégé CCC

Si les trois côtés d'un triangle sont congrus aux trois côtés correspondants d'un second triangle, les deux triangles sont congrus.

Soient les triangles ABC et DEF .

Puisque

$$\begin{aligned} AB &= DE \\ AC &= DF \\ BC &= EF \end{aligned}$$

Ainsi $ABC \cong DEF$ [cas de congruence CCC]

Donc

$$\begin{aligned} \angle A &= \angle D \\ \angle B &= \angle E \end{aligned}$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			31

$$\angle C = \angle F$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			33

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			34

3^e cas : ANGLE - CÔTÉ - ANGLE abrégé ACA

Dans un triangle, si deux angles et le côté compris entre eux sont congrus à deux angles et le côté correspondant d'un second triangle, les deux triangles sont congrus.

Soient les triangles ABC et DEF .

Puisque $\angle B = \angle E$ [BC est compris entre $\angle B$ et $\angle C$.]
 $BC = EF$ [EF est compris entre $\angle E$ et $\angle F$.]
 $\angle C = \angle F$

Ainsi $ABC \cong DEF$ [cas de congruence ACA]

Donc $\angle A = \angle D$
 $AB = DE$
 $AC = DF$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 6
			35

1. Le $\triangle ABC$ est congru au $\triangle MRS$. D'après l'ordre des sommets, indiquer les segments congrus et les angles congrus qui définissent la congruence des deux triangles.

2.

- a. Qu'est-ce qui permet de dire que $\triangle EFG \cong \triangle EDG$?
- b. De quel cas de congruence de triangles s'agit-il?
- c. Que peut-on dire des angles D et F?

3. Montrer que si DR et KS se coupent en leur milieu M, alors
 $\triangle SMR \cong \triangle KMD$.

4.

Dans la figure ci-dessus, $AB = DC$ et $\angle BAC = \angle DCA$.

- a. Pourquoi peut-on dire que $\triangle BAC \cong \triangle DCA$?
- b. De quel cas de congruence s'agit-il?

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 6
			36

5.

Dans la figure ci-dessus, si $ABD \cong EDB$, indiquer la congruence des angles ou des cotés suivants.

- a. AB
- b. DB
- c. $\angle A$
- d. $\angle D$
- e. DA
- f. $\angle B$

6. Soient les triangles suivants.

Identifier les paires de triangles congrus en indiquant le cas de congruence (CCC,

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 6
			37

CAC ou ACA).

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			38

4.0 QUADRILATÈRES

4.1 DÉFINIR UN QUADRILATÈRE

Comme la classification des polygones se fait à partir du nombre de côtés, ceux qui ont quatre côtés sont des **QUADRILATÈRES**.

QUADRILATÈRE

Un **quadrilatère** est un polygone à quatre côtés.

Soit le quadrilatère ABCD.

On a Les côtés AB, BC, CD, DA.
 Les sommets A, B, C, D.
 Les angles BAD, ABC, BCD, CDA
 ou $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.

Remarque

Notation : utiliser l'ordre alphabétique des lettres et le sens inverse des aiguilles d'une montre.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			39

4.2 CLASSIFIER LES QUADRILATÈRES

Tout comme les triangles, il existe différentes sortes de quadrilatères. On peut les regrouper selon leurs propriétés et obtenir la classification suivante.

1. Quadrilatère qui n'ont pas de propriétés spéciales. On les nomme **quadrilatères quelconques**.

2. Quadrilatères qui sont classifiés d'après leurs côtés et leurs angles.

rectangle

carré

losange

parallélogramme

trapèze

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			40

TRAPÈZE

Un **trapèze** est un quadrilatère ayant deux côtés parallèles et non congrus. Ces deux côtés parallèles sont appelés **bases** du trapèze et la distance qui les sépare est la **hauteur**.

symbole :

propriété : deux côtés parallèles et non congrus.

Soit le ABCD.

On a $AD \parallel BC$
 AD est la petite base.
 BC est la grande base.
 AE est la hauteur.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			41

PARALLÉLOGRAMME

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

symbole :

propriétés :

1. les côtés opposés sont parallèles;
2. les côtés opposés sont congrus;
3. les angles opposés sont congrus.

Soit le ABCD.

On a

$$\begin{aligned} AD &\parallel BC \\ AB &\parallel DC \\ AD &= BC \\ AB &= DC \\ \angle A &= \angle C \\ \angle B &= \angle D \end{aligned}$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			42

RECTANGLE

Un rectangle est un parallélogramme dont tous les angles sont droits.

symbole :

propriétés :

1. les côtés opposés sont parallèles;
2. tous les angles sont congrus car il y a quatre angles droits;
3. les côtés opposés sont congrus.

Soit le ABCD.

On a

$$AD \parallel BC$$

$$AB \parallel DC$$

$$AD = BC$$

$$AB = DC$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			43

CARRÉ

Un carré est un parallélogramme qui a quatre angles droits et quatre côtés congrus.

symbole :

propriétés :

1. les côtés opposés sont parallèles;
2. les quatre côtés sont congrus;
3. les quatre angles sont droits.

Soit le ABCD.

On a

$$AD \parallel BC$$

$$AB \parallel DC$$

$$AB = BC = CD = DA$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			44

LOSANGE

Un losange est un parallélogramme dont tous les côtés sont congrus.

propriétés :

1. les côtés opposés sont parallèles;
2. les angles opposés sont congrus;
3. les quatre côtés sont congrus.

Soit le losange ABCD.

On a

$$AD \parallel BC$$

$$AB \parallel DC$$

$$AB = BC = CD = DA$$

$$\angle A = \angle C$$

$$\angle B = \angle D$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 7
			45

1. Dans la figure ci-dessous.

- a. Quelle propriété caractérise ses 4 côtés au point de vue longueur?
- b. Quelle est la mesure de chacun de ses angles?
- c. Quel est le nom de ce parallélogramme?

2. Dans la figure ci-dessous.

- a. Nommer une paire de droites parallèles.
- b. Nommer la petite base.
- c. Nommer la grande base.
- d. Donner le nom de ce quadrilatère.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 7
			46

3. Dans la figure ci-dessous.

- a. Nommer 2 paires de droites parallèles.
- b. Quelle propriété caractérise ses 4 côtés au point de vue longueur?
- c. Comparer $\angle A$ et $\angle C$.
- d. Comparer $\angle B$ et $\angle D$.
- e. Quel nom donne-t-on à ce parallélogramme?

4. Dans la figure ci-dessous.

- a. Donner la mesure de chacun des angles.
- b. Nommer 4 paires de segments de droites qui se rencontrent perpendiculairement.
- c. Quelle propriété caractérise ses côtés opposés au point de vue longueur?
- d. Donner le nom de ce parallélogramme.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 7
			47

5.
 - a. Nommer les deux propriétés que possèdent les deux côtés opposés d'un parallélogramme.
 - b. Quelle propriété spécifique doit posséder un parallélogramme pour être un rectangle?

6. Dans la figure ci-dessous, identifier.
 - a. deux triangles rectangles
 - b. deux rectangles
 - c. un carré
 - d. trois trapèzes
 - e. un parallélogramme

7. Identifier chacun des quadrilatères suivants.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 7
			48

8.

- a. Comment s'appelle la figure ABCD? Justifier.
- b. Nommer les sommets.
- c. Nommer les côtés.
- d. Tracer la diagonale BD. Comment s'appelle la figure DAB?
- e. Comment s'appelle la figure DBC?
- f. Calculer la somme des angles de DAB. Justifier.
- g. Calculer la somme des angles de DBC. Justifier.
- h. Se servir des réponses de (f) et (g) pour trouver la somme des mesures des angles de ABCD.

9. Trois angles d'un quadrilatère sont des angles droits. Calculer la mesure du quatrième angle.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 7
			49

10.

Dans le parallélogramme ci-dessus :

- a. si $\angle A = 65^\circ$, calculer la valeur des autres angles;
- b. si $AB = 4$ cm, calculer DC. Justifier.

11.

Dans la figure ci-dessus.

- a. Quelle est la mesure de $\angle ADB$? Justifier.
- b. Quelle est la mesure de $\angle BDC$? Justifier.
- c. Pourquoi peut-on dire que $AD \parallel BC$?
- d. De quel type de quadrilatère est ABCD. Justifier.
- e. Quel nom peut-on donner à AD et BC?
- f. Que peut-on dire de AB et DC?

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 7
			50

12.

Soit ABCD un parallélogramme. La mesure de $\angle ADC$ est 25° et celle de $\angle DCA$ est 85° . Calculer la mesure des angles suivants.

- a. $\angle DAC$ Justifier.
- b. $\angle ABC$ Justifier.
- c. $\angle BCA$ Justifier.
- d. $\angle DAB$ Justifier.
- e. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$ Justifier.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			51

4.3 RECONNAÎTRE LES PROPRIÉTÉS DES DIAGONALES : D'UN CARRÉ, D'UN RECTANGLE, D'UN LOSANGE ET D'UN PARALLÉLOGRAMME

DIAGONALE

Une **diagonale** est un segment de droite joignant deux sommets non consécutifs.

+))))))))) ,
 * Exemples *
 .))))))))) -

Tous les quadrilatères ont deux diagonales qui ont des propriétés particulières selon le genre de quadrilatères.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			52

CARRÉ

Soit le ABCD.

On a 2 diagonales AC et BD.

On remarque que :

1. $AC = BD$.
2. $AC \perp BD$.
3. $AE = EC$ et $BE = ED$.

Conclusion

Propriétés des diagonales d'un carré :

1. les diagonales sont congrues;
2. les diagonales sont perpendiculaires;
3. les diagonales se coupent en leur milieu.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			53

RECTANGLE

Soit le $ABCD$.

On a 2 diagonales AC et BD .

On remarque que :

1. $AC = BD$.
2. AC n'est pas \perp BD .
3. $AE = EC$ et $BE = ED$.

Conclusion

Propriétés des diagonales d'un rectangle :

1. les diagonales sont congrues;
2. les diagonales ne sont pas perpendiculaires;
3. les diagonales se coupent en leur milieu.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			54

LOSANGE

Soit le losange ABCD.

On a 2 diagonales AC et BD.

On remarque que :

1. $AC \neq BD$.
2. $AC \perp BD$.
3. $AE = EC$ et $BE = ED$.

Conclusion

Propriétés des diagonales d'un losange :

1. les diagonales ne sont pas congrues;
2. les diagonales sont perpendiculaires;
3. les diagonales se coupent en leur milieu.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			55

PARALLÉLOGRAMME

Soit le ABCD.

On a 2 diagonales AC et BD.

On remarque que :

1. $AC \neq BD$.
2. AC n'est pas \perp BD.
3. $AE = EC$ et $BE = ED$.

Conclusion

Propriétés des diagonales d'un parallélogramme :

1. les diagonales ne sont pas congrues;
2. les diagonales ne sont pas perpendiculaires;
3. les diagonales se coupent en leur milieu.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			56

RÉSUMÉ

Genre de quadrilatères	Les diagonales sont congrues.	Les diagonales sont perpendiculaires.	Les diagonales se coupent en leur milieu.
carré	oui	oui	oui
rectangle	oui	non	oui
losange	non	oui	oui
parallélogramme	non	non	oui

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 8
			54

1. Utiliser la figure suivante.

- a. Calculer la mesure des segments : AE, BE, CE et DE.
- b. Calculer la mesure des angles : $\angle DEC$, $\angle BEC$, $\angle EAD$, $\angle EDC$. Justifier.
- c. Quels genres de triangles sont les $\triangle ABC$, $\triangle AED$ et $\triangle AEB$.
- d. Trouver un triangle congru au $\triangle BEC$; au $\triangle ABD$ et au $\triangle DEC$.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			55

5.0 ANGLES DES POLYGONES

5.1 CALCULER LA SOMME DES MESURES DES ANGLES INTÉRIEURS D'UN POLYGONE

Étant donné que la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est égale à 180° , il est possible de calculer la somme des mesures des angles intérieurs de n'importe quel polygone.

Pour calculer la mesure des angles d'un polygone, il suffit de le diviser en triangles.

+))))))))) ,

* Exemples *

.))))))))) -

- 1) Quadrilatère : diviser en 2 triangles.

La somme des angles est égale à $360^\circ (180^\circ \times 2)$.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			56

2) **Pentagone** : diviser en triangles se rencontrant au centre.

La somme des angles est égale à $5 \times 180^\circ - 360^\circ$ [5 triangles moins les angles
 $= 900^\circ - 360^\circ$ au centre]
 $= 540^\circ$
somme des angles = 540°

3) **Hexagone** : diviser en triangles se rencontrant au centre.

La somme des angles est égale à $6 \times 180^\circ - 360^\circ$ [6 triangles moins les angles
 $= 1080^\circ - 360^\circ$ au centre]
 $= 720^\circ$
somme des angles = 720°

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			57

RÉSUMÉ

Polygone	Nombre de côtés	Somme de mesure des angles intérieurs
triangle	3	$180^\circ = 1 \times 180^\circ$
quadrilatère	4	$360^\circ = 2 \times 180^\circ$
pentagone	5	$540^\circ = 3 \times 180^\circ$
hexagone	6	$720^\circ = 4 \times 180^\circ$

Conclusion

La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone est égale au nombre de côtés moins deux fois 180° .

FORMULE

somme des mesures des angles intérieurs = $(n - 2) 180^\circ$
soit n = nombre de côtés

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			58

5.2 CALCULER LA MESURE D'UN ANGLE INTÉRIEUR D'UN POLYGONE RÉGULIER

En connaissant la somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone régulier, il est facile de calculer la mesure d'un angle intérieur. Il suffit de diviser la somme par le nombre d'angles car tous les angles sont de mesures congrues.

+))))))))) ,
 * Exemple *
 .))))))))) -

Calculer la mesure d'un angle intérieur d'un pentagone régulier.

Si l'on divise le pentagone en triangles ayant le centre comme sommet commun, on obtient cinq triangles. Pour calculer la mesure des angles l'on enlève la valeur des angles du centre soit 360° ou $2 \times 180^\circ$.

$$\begin{aligned}
 \text{somme des mesures des angles intérieurs} &= (n - 2) 180^\circ && \text{[n représente le nombre de côtés.]} \\
 &= (5 - 2) 180^\circ \\
 &= 3 \times 180^\circ \\
 &= 540^\circ
 \end{aligned}$$

$$\text{division par le nombre de côtés} = \frac{540^\circ}{5}$$

$$\text{mesure de l'angle intérieur } x = 108^\circ \qquad \underline{\angle x = 108^\circ}$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			59

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			60

Conclusion

La mesure d'un angle intérieur d'un polygone régulier est égale à la somme des mesures de ces angles divisée par le nombre d'angles.

FORMULES

$$\text{mesure d'un angle intérieur d'un polygone régulier} = \frac{(n - 2) 180^\circ}{n}$$

soit n = nombre de côtés

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			61

5.3 CALCULER LA SOMME ET LA MESURE DES ANGLES EXTÉRIEURS D'UN POLYGONE

Les angles extérieurs d'un polygone sont les angles qui sont formés en prolongeant les côtés dans le même sens.

Pour calculer la mesure d'un angle extérieur, il faut soustraire la mesure d'un angle intérieur de la mesure d'un angle plat.

+))))))))) ,

* Exemples *

.))))))))) -

- 1) a. Calculer la mesure de l'angle x sachant que x est un angle extérieur d'un hexagone régulier.

$$\begin{aligned}
 \text{somme des mesures des angles intérieurs} &= (n - 2) 180^\circ \\
 &= (6 - 2) 180^\circ \\
 &= 4 \times 180^\circ \\
 &= 720^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{mesure d'un angle intérieur} &= \frac{720^\circ}{6} \\
 &= 120^\circ
 \end{aligned}$$

$$\text{mesure de l'angle extérieur } x = 180^\circ - 120^\circ$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			62

$$= 60^\circ$$

$$\underline{\angle x = 60^\circ}$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			63

b. Calculer la somme des mesures des angles extérieurs d'un hexagone régulier.

La somme est égale à 6 fois la mesure d'un angle (60°).

$$6 \times 60 = 360^\circ$$

$$\underline{\text{la somme} = 360^\circ}$$

2) Calculer la mesure de l'angle y sachant que y est un angle extérieur d'un heptagone régulier.

$$\begin{aligned}
 \text{somme des mesures des angles intérieurs} &= (n - 2) 180^\circ \\
 &= (7 - 2) 180^\circ \\
 &= 5 \times 180^\circ \\
 &= 900^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{mesure d'un angle intérieur} &= \frac{900^\circ}{7} \\
 &= 128,6^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{mesure de l'angle extérieur } x &= 180^\circ - 128,6^\circ \\
 x &= 51,4^\circ \qquad \underline{\angle x = 51,4^\circ}
 \end{aligned}$$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			64

- b. Calculer la somme des mesures des angles extérieurs d'un heptagone.

La somme est égale à 7 fois la mesure d'un angle ($51,4^\circ$).

$$7 \times 51,4^\circ = 359,8 = 360^\circ \quad \text{la somme} = 360^\circ$$

TABLEAU SYNTHÈSE DES MESURES DES ANGLES DE POLYGONES RÉGULIERS

Polygone	Nombre de côtés	Somme des mesures des angles intérieurs	Mesures d'un angle intérieur	Somme des mesures des angles extérieurs	Mesure d'un angle extérieur
triangle	3	180°	60°	360°	120°
quadrilatère	4	360°	90°	360°	90°
pentagone	5	540°	108°	360°	72°
hexagone	6	720°	120°	360°	60°
heptagone	7	900°	$128,6^\circ$	360°	$51,4^\circ$
octogone	8	$1\ 080^\circ$	135°	360°	45°

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 9
			65

1. Calculer la somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone à 16 côtés.
2. La somme des mesures des angles est égale à $1\ 620^\circ$. Ce polygone possède combien de côtés? Quelle est la mesure de chaque angle intérieur?
3. Calculer la mesure des angles extérieurs d'un polygone à 12 côtés, 9 côtés, 7 côtés.
4. Calculer la valeur manquante des angles suivants.
 - a. b.
 - c. d.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			66

6.0 CERCLE

6.1 DÉCRIRE LE CERCLE ET SES PRINCIPAUX ÉLÉMENTS

CERCLE

Le **cercle** est une ligne courbe fermée dont tous les points sont équidistants d'un point intérieur appelé **centre**.

CIRCONFÉRENCE

La **circonférence** est la mesure de cette ligne; c'est le périmètre du cercle.

RAYON

Tout segment joignant le centre et un point quelconque du cercle est un **rayon**. Tous les rayons d'un cercle sont congrus.

DIAMÈTRE

Le **diamètre** est le segment joignant deux points du cercle en passant par le centre. La mesure du diamètre vaut deux fois celle d'un rayon. Tous les diamètres d'un cercle sont congrus.

NOTATION

Un cercle se note d'après son centre.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			67

Soit le cercle ci-dessus.

Le centre est représenté par O .
 Le rayon est représenté par OA , OB , OC .
 Le diamètre est représenté par AB .

ARC

L'arc est une portion de cercle compris entre deux points sur le cercle. Comme les deux points déterminent deux arcs, on convient d'utiliser deux lettres pour l'arc le plus court. Pour désigner le grand arc, on ajoute une troisième lettre entre les extrémités.

Soit le cercle ci-dessus.

Le petit arc est représenté par AB et noté \widehat{AB} .
 Le grand arc est représenté par ACB et noté \widehat{ACB} .

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			68

Remarque

Si A et B sont les extrémités d'un diamètre, AB est appelé **DEMI-CIRCONFÉRENCE**.

CORDE

Une **corde** est un segment joignant deux points sur le cercle.

Soit le cercle ci-dessus.

La corde est représentée par AB.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			69

TANGENTE

Une **tangente** est une droite qui ne touche le cercle qu'en un seul point.

Soit le cercle ci-dessus.

La tangente est représentée par AB.
Le point de contact est représenté par C.

SÉCANTE

Une **sécante** est une droite qui touche le cercle en deux points distincts.

Soit le cercle ci-dessus.

La sécante est représentée par AB.
Les points de contact sont représentés par C et D.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			70

6.2 APPLIQUER LA RELATION ENTRE UNE CORDE ET LE RAYON QUI LUI EST PERPENDICULAIRE

En construisant une perpendiculaire à une corde en passant par le centre, on remarque que la perpendiculaire coupe la corde en deux segments congrus.

Soit un cercle de centre O et ayant 4 cm de rayon.

Alors $OC \perp AB$
 $AC = 2,9 \text{ cm}$
 $CB = 2,9 \text{ cm}$

Donc $AC = CB$

Conclusion

<p>Une corde est coupée en son milieu quand la perpendiculaire abaissée sur celle-ci passe par le centre du cercle.</p>

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			71

6.3 APPLIQUER LA RELATION ENTRE DEUX CORDES CONGRUES ET LE CENTRE D'UN CERCLE

En construisant deux cordes congrues dans le même cercle, on remarque qu'elles sont équidistantes du centre.

Soit un cercle de centre O , et ayant 4 cm de rayon. Construire deux cordes de 6 cm.

Alors $OE = 2,5$ cm
 $OF = 2,5$ cm

Donc $OE = OF$

Conclusion

Les cordes sont équidistantes du centre.
--

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 10
			72

1.
 - a. Quel nom donne-t-on à la figure formée par l'ensemble de tous les points situés à une distance de 1 cm d'un point donné O?
 - b. Que représente le 1 cm?

2. Énoncer la différence qui existe entre une corde et un diamètre.

3. Pourquoi une corde n'est-elle pas toujours un diamètre, mais qu'un diamètre est toujours une corde?

4. Quel nom donne-t-on à la corde qui passe par le centre du cercle?

5. Quelle relation y a-t-il entre le diamètre et le rayon d'un cercle?

6. Quelle relation y a-t-il entre les rayons d'un cercle?

7. Quelle relation y a-t-il entre les diamètres d'un cercle?

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 10
			73

8.

Dans la figure ci-dessus, identifier.

- a. les rayons
- b. les diamètres
- c. les cordes
- d. les tangentes

9. Le rayon est-il une corde? Justifier.

10. Compléter les phrases suivantes.

- a. Pour tracer un cercle, on se sert habituellement d'un _____.
- b. Tous les rayons d'un cercle sont _____.
- c. Tous les diamètres d'un cercle sont _____.
- d. Une corde qui passe par le centre d'un cercle est un _____.
- e. Un segment dont les extrémités appartiennent au cercle est une _____.
- f. Un cercle a tous ses points également distants du _____.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 10
			74

11.

- a. Nommer le centre de ce cercle.
- b. Nommer 3 rayons.
- c. Nommer 3 cordes.
- d. Quelle corde est la plus longue?
- e. Quelles cordes ne sont pas des diamètres?

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	THÉORIE
			75

6.4 CONSTRUIRE, À L'AIDE DU COMPAS ET DE LA RÈGLE, UN CERCLE PASSANT PAR TROIS POINTS NON ALIGNÉS

En joignant trois points non alignés et en construisant les médiatrices des segments, on obtient le centre du cercle à partir duquel on peut construire un cercle.

Soit trois points A, B, C.

En joignant les points A et B, B et C; on obtient les segments AB et AC.

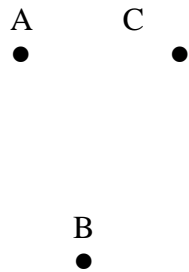
En construisant les médiatrices de AB et AC qui se rencontrent en O, on obtient le centre O.

À partir du centre O, on peut déterminer le rayon et construire le cercle.

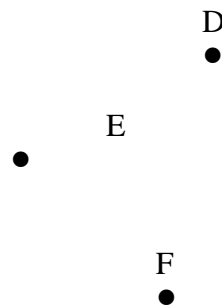
MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE 11
			76

1. Construire des cercles à partir des points suivants.

a.



b.



2. Placer trois points non alignés et construire un cercle.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE DE RENFORCEMENT
			75

7.0 EXERCICE DE RENFORCEMENT

1. Compléter les phrases suivantes.

- a. La distance entre le centre du cercle et sa circonférence s'appelle _____ .
- b. La somme des mesures des angles d'un triangle est de _____ .
- c. La _____ est le segment de droite joignant deux sommets non consécutifs.
- d. Un polygone est _____ lorsque les côtés et les angles sont congrus.
- e. Un polygone de cinq côtés est appelé _____ .
- f. Un triangle _____ est un triangle qui a un angle droit.
- g. La formule pour trouver la somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone est _____ .
- h. Le segment joignant deux points du cercle en passant par le centre s'appelle _____ .
- i. Une droite qui ne touche le cercle qu'en un seul point s'appelle _____ .
- j. Les cordes _____ sont équidistantes du centre du cercle.

2. Dans la figure ci-dessous, identifier.

- a. le centre
- b. les rayons
- c. les cordes
- d. les diamètres

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE DE RENFORCEMENT
			76

3. Calculer le côté d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 18 cm et un côté de l'angle droit mesure 12 cm.
4. Calculer la diagonale d'un carré dont le côté mesure 8 cm.
5. Chacun des deux côtés égaux d'un triangle rectangle isocèle mesure 7,5 cm. Calculer l'hypoténuse.
6. Une échelle mesure exactement la même hauteur que le mur sur lequel elle est appuyée, soit 8,5 m. De combien de mètres devra-t-on éloigner la base de l'échelle du mur pour appuyer le haut de l'échelle sur le bord d'une fenêtre située à 6,5 m?
7. Deux cyclistes partent du même endroit et filent à la même vitesse, l'un vers le nord et l'autre, vers l'ouest. À quelle distance sont-ils l'un de l'autre lorsqu'ils ont parcouru chacun 25 km?
8. Louis veut consolider sa porte de garage qui mesure 1,8 m sur 2,2 m en y clouant une planche diagonalement. Quelle longueur de planche aura-t-il besoin pour aller d'un coin à l'autre?
- 9.

Dans la figure ci-dessus, justifier que $ABC \cong DBC$.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE DE RENFORCEMENT
			77

10. a. b.

Calculer la valeur des angles dont on a omis d'inscrire.

11. Soit $ABC \cong XYZ$. Nommer les angles et les côtés congrus.

12.

- Dans la figure ci-dessus, dire pourquoi les deux triangles sont congrus.
- Énumérer les égalités qui en découlent.
- Calculer $\angle A$. Justifier.
- Classifier le $\triangle ABD$ d'après la mesure des angles.
- Pourquoi peut-on dire que $AB \parallel CD$.
- Pourquoi peut-on dire que $AD \parallel BC$.
- Classifier le polygone ABCD d'après le nombre de côtés.
- Classifier le polygone ABCD d'après les propriétés des côtés et des angles.
- Quel nom peut-on donner au quadrilatère ABCD?

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE DE RENFORCEMENT
			78

13. Dans chacune des figures suivantes, identifier les angles congrues et justifier la réponse.

a.

b.

c.

d.

14. Trouver les mesures de $\angle x$, $\angle y$ et $\angle z$.

a.

b.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE DE RENFORCEMENT
			79

15. Trouver les mesures de $\angle x$ et $\angle y$.

a.

[a || b]

b.

[p || q]

16. Dans un triangle isocèle, l'angle au sommet mesure 48° . Calculer la mesure des angles à la base.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	EXERCICE DE RENFORCEMENT
			80

17. Calculer la somme des mesures des angles intérieurs des polygones suivants.

- a. triangle
- b. hexagone
- c. pentagone
- d. carré
- e. polygone à 13 côtés

18. Trouver la mesure des angles a, b, c, d, e et f.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	SYMBOLES
			81

8.0 SYMBOLES

AB	droite AB
\overrightarrow{AB}	demi-droite AB
\overline{AB}	segment de droite AB
$\angle A$	angle A
$\angle s$	angles
\cong	congru
$^\circ$	degré
\parallel	parallèle
\perp	perpendiculaire
	triangle
\triangle	triangles
\frown	arc

FORMATION INTERMÉDIAIRE

MAT 2021

CORRIGÉ (Cahier 5)

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	CAHIER 5
		1

EXERCICE 1, PAGE 6

- | | | | | |
|----|----|--------------|----|--------------|
| 1. | a. | pentagone | c. | triangle |
| | b. | octogone | d. | quadrilatère |
| 2. | a. | quadrilatère | c. | pentagone |
| | b. | octogone | d. | heptagone |

EXERCICE 2, PAGE 11

- | | | | | | |
|----|----|---------------------|-------------------|--------------------|------------|
| 1. | a. | 123° | e. | 9° | |
| | b. | 89° | f. | 59° | |
| | c. | 42° | g. | 17° | |
| | d. | 60° | h. | 103° | |
| 2. | a. | 30° | | | |
| | b. | $AB = 4 \text{ cm}$ | $AB = AC$ puisque | ABC est isocèle. | |
| | c. | acutangle | | | |
| | d. | isocèle | | | |
| 3. | | 124° | 6. | 45° | |
| 4. | | 57° | 7. | a. | 55° |
| | | | | b. | 55° |
| | | | | c. | 40° |
| 5. | | 38° | | | |

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	CAHIER 5
		2

EXERCICE 3, PAGE 16

1. a. $\angle x = 75^\circ$
 $\angle y = 120^\circ$
- b. $\angle a = 70^\circ$
 $\angle b = 110^\circ$
 $\angle c = 40^\circ$
 $\angle d = 140^\circ$
 $\angle e = 110^\circ$
- c. $\angle a = 45^\circ$
 $\angle b = 45^\circ$
 $\angle c = 135^\circ$
- d. $\angle x = 60^\circ$
 $\angle y = 80^\circ$
 $\angle z = 50^\circ$
2. a. $\angle z = 95^\circ$
- b. $\angle e = 60^\circ$
triangle équilatéral
ou
triangle équiangle
- c. $\angle x = 124^\circ$
 $\angle f = 54^\circ$
 $\angle z = 126^\circ$

EXERCICE 4, PAGE 24

1. a. 4,2
b. 12,7
c. 37,7
d. 8,5
e. 3,6
f. 24
g. 6,3
h. 3,5
- i. 30
j. 2,6
k. 7,9
l. 20
m. 1,6
n. 3,5
o. 5,1
p. 7,9

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	CAHIER 5
		4

6. A \cong B CAC
 C \cong D ACA
 E \cong F CCC ou CAC
 G \cong H CAC ou CCC
 S \cong T ACA

EXERCICE 7, PAGE 42

1. a. Les 4 côtés sont congrus.
 b. 90°
 c. carré
2. a. AD \parallel BC c. BC
 b. AD d. trapèze
3. a. AD \parallel BC et AB \parallel DC d. $\angle B = \angle D$
 b. Les 4 côtés sont e. losange
 congrus.
 c. $\angle A = \angle C$
4. a. 90° c. Les côtés opposés sont congrus.
 b. AB \perp BC CD \perp DA d. rectangle
 BC \perp CD DA \perp AB
5. a. Ils sont congrus et parallèles.
 b. Chaque angle est 90° .

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	CAHIER 5
		5

6. a. BGH et AEF d. EIJG EIKH AEHB AIKB
b. ACDB et AFGB e. GJKH
c. CFGD
7. A : trapèze
B : losange
C : trapèze
D : carré
E : rectangle
F : rectangle
G : quadrilatère quelconque
H : trapèze
I : trapèze
J : trapèze
K : trapèze
L : quadrilatère quelconque
M : trapèze
8. a) Un quadrilatère quelconque car il n'a pas de propriétés spéciales.
b) A, B, C, D
c) AB, BC, CD, DA
d) triangle
e) triangle
f) 180° La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .
g) 180° La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .
h) $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$
9. $360^\circ - (3 \times 90^\circ) = 90^\circ$
10. a) $\angle C = 65^\circ, \angle B = 115^\circ, \angle D = 115^\circ$
b) DC = 4 cm Les côtés opposés d'un parallélogramme sont congrus.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	CAHIER 5
		6

11. a) $\angle ADB = 28^\circ$ La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .
 $\angle ADB = 180^\circ - (90^\circ + 62^\circ) = 28^\circ$
- b) $\angle BDC = 82^\circ$ La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .
 $\angle BDC = 180^\circ - (70^\circ + 28^\circ) = 82^\circ$
- c) Parce que $\angle ADB = \angle DBC$ et ils sont des \angle s alternes-internes.
- d) Un trapèze parce qu'il a deux côtés parallèles.
- e) Ce sont les bases.
- f) Ils ne sont pas parallèles.
12. a) $\angle DAC = 70^\circ$ La somme des angles du $\triangle ADC = 180^\circ$.
- b) $\angle ABC = 25^\circ$ Les angles opposés d'un parallélogramme sont congrus.
- c) $\angle BCA = 70^\circ$ Les angles alternes-internes sont congrus, donc
 $\angle BCA = \angle DAC$.
- d) $\angle DAB = 155^\circ$ Les angles opposés d'un parallélogramme sont congrus.
 $\angle BCA + \angle DCA = 70^\circ + 85^\circ = 155^\circ$
- e) 360° La somme des angles de deux triangles est égale à 360° .

EXERCICE 8, PAGE 54

1. a. $AE = 3,5 \text{ cm}$
 $BE = 3,5 \text{ cm}$
 $CE = 3,5 \text{ cm}$
 $DE = 3,5 \text{ cm}$
- b. $\angle DEC = 60^\circ$ (angles supplémentaires)
 $\angle BEC = 120^\circ$ (angles opposés par le sommet)
 $\angle EAD = 30^\circ$ (angles à la base d'un triangle isocèle)
 $\angle EDC = 60^\circ$ (angles complémentaires)

MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	5
		7

ABC est un triangle rectangle.
AED est un triangle isocèle.

d. $BEC = AED$ ACD
 $DEC = AEB$

1. 2 520

2. 11 côtés °

3. ° 40 51,4°

a. $\angle = 121^\circ$

b. $\angle = 108^\circ$
 $y = 72$

c. $\angle = 114^\circ$
 $\angle c$ °

$\angle = 45^\circ$

$e = 100$

$\angle f$ °

$\angle = 40^\circ$

$2x = 80^\circ$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	CAHIER 5
		8

EXERCICE 10, PAGE 70

1.
 - a. Le cercle
 - b. Le rayon de cercle

2. Le diamètre est une corde qui passe au centre du cercle.

3. Une corde ne traverse pas toujours le centre du cercle, donc n'est pas toujours un diamètre.
Un diamètre est toujours un segment joignant deux points sur le cercle, donc est toujours une corde.

4. Le diamètre

5. Le diamètre est le double du rayon.

6. Ils sont congrus.

7. Ils sont congrus.

8.

a. OA, OM, OH, OB, OC	c. DE, FG, HM, AB
b. AB, HM	d. KL, IJ

9. Non, car il ne joint pas deux points sur le cercle.

10.

a. compas	d. diamètre
b. congrus	e. corde
c. congrus	f. centre

MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	5
		9

- a. O
- b. EF, AB, MN
- e. EF, MN
- AB

EXERCICE 11, PAGE 74

- a.
- b.

Choix de l'apprenant ou de l'apprenante.

EXERCICE DE RENFORCEMENT, PAGE 75

- a. rayon
- b. °
- c. régulier
- e. pentagone
- g. rectangle °
- h. diamètre
- i. congrues

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	CAHIER 5
		10

2. a. O
b. OA, OB, OG, OC, OH
c. EF, GH, BC
d. GH, BC

3. 13,4 cm

4. 11,3 cm

5. 10,6 cm

6. 5,5 m

7. 35,4 km

8. 2,8 m

9. Puisque $\angle DBC = \angle ACB$ et $\angle ABC = \angle BCD$ et BC est commun
donc $ABC \cong DBC$. C'est le 3^e cas de congruence (ACA).

10. a. $\angle 2x = 60^\circ$
 $\angle 3x = 90^\circ$

b. $\angle x = 80^\circ$
 $\angle y = 30^\circ$
 $\angle z = 30^\circ$

11. $\angle A = \angle X$
 $\angle B = \angle Y$
 $\angle C = \angle Z$

$AB = XY$
 $BC = YZ$
 $AC = XZ$

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	CAHIER 5
		11

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5		CAHIER 5

12. a. ° cas de congruence : ACA
 $AB = DC; AD = BC; \angle A = \angle C$
 90° °.
- $60^\circ \quad \angle 30^\circ + \angle$ °
 $A = 90^\circ$
- triangle rectangle
- e.
- f. Les angles alternes-internes sont congrus
quadrilatère
- h.
- i. rectangle
- a. $\angle A = \angle B = \angle C$. Les angles d'un triangle équilatéral sont congrus.
- b. $\angle A = \angle C = \angle D$ Les angles d'un carré sont des angles
droits (90°), donc ils sont congrus.
- c. $\angle B = \angle$
- d. $\angle D = \angle COB$ et $\angle \angle DOC$ Les angles opposés par le sommet
sont congrus.
14. a. $\angle x = 65^\circ$
 \angle °
 \angle °
- b. \angle °
 \angle °
 \angle °
15. a. $\angle x = 80^\circ$
 \angle °
- b. \angle °
 \angle °
16. °

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	CAHIER 5
		13

17. a. 180°
b. 720°
c. 540°

- d. 360°
e. $1\,980^\circ$

18. $\angle a = 60^\circ$
 $\angle b = 60^\circ$
 $\angle c = 60^\circ$

- $\angle d = 120^\circ$
 $\angle e = 60^\circ$
 $\angle f = 60^\circ$

FORMATION INTERMÉDIAIRE

MAT 2021

**DEVOIR 5
ET
CORRIGÉ**

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	DEVOIR 5
			1

1. Définir les termes suivants. Inclure un diagramme pour chacun.

- (15 pts)
- | | |
|-------------|----------|
| a. tangente | d. rayon |
| b. corde | e. arc |
| c. diamètre | |

2. Identifier les figures suivantes.

(10 pts) a. _____

b. _____

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	DEVOIR 5
			2

c.

d.

e.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	DEVOIR 5
			3

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	DEVOIR 5
			4

3. a. Soit $ABC \cong XYZ$. Nommer les angles et les côtés congrus.
(10 pts)
- b. Dans la figure ci-dessous, prouver que les triangles sont congrus.

4.
(21 pts)

Trouver la valeur des angles manquants. Justifier.

5. a. Calculer la mesure de l'angle au sommet d'un triangle isocèle sachant que la mesure d'un angle à la base est de 50° .
(18 pts)
- b. Deux droites AB et CD se coupent en O. Si $\angle AOC$ mesure 20° , calculer la mesure des autres. Justifier.

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	GÉOMÉTRIE	CAHIER 5	DEVOIR 5
			5

6. a. Un marcheur parcourt une distance de 11 km en direction ouest et 1,2 km en direction nord. À quelle distance est-il du point de départ?
(10 pts)
- b. Si la diagonale d'un carré mesure 5,8 cm, calculer la longueur du côté du carré.
7. a. La somme des mesures des angles intérieurs est égale à $1\ 800^\circ$. Ce polygone possède combien de côtés? Quelle est la mesure de chaque angle intérieur?
(10 pts)
- b. Calculer la mesure des angles intérieurs du polygone régulier à 16 côtés, 8 côtés et 13 côtés.
8. Placer trois points non alignés et construire un cercle.
(6 pts)

MAT 2021 MATHÉMATIQUES 5	CORRIGÉ	DEVOIR 5
		3

3. a. $\angle A = \angle X$ $AB = XY$
 $\angle B = \angle Y$ $BC = YZ$
 $\angle C = \angle Z$ $AC = XZ$
- b. $\angle AOB = \angle DOC$ (opposés par le sommet)
 $AO = OC$
 $BO = OD$
- $AOB \cong DOC$ 2° cas de congruence CAC
4. $\angle a = 50^\circ$ (\angle s à la base d'un isocèle)
 $\angle b = 50^\circ$ (alternes-internes)
 $\angle c = 80^\circ$ (somme des \angle s dans un)
 $\angle d = 50^\circ$ (alternes-internes)
 $\angle e = 50^\circ$ (opposés par le sommet)
 $\angle f = 80^\circ$ (opposés par le sommet)
 $\angle g = 50^\circ$ (opposés par le sommet)
5. a. 80°
- b. $\angle AOD = 160^\circ$ (\angle s plats)
 $\angle DOB = 20^\circ$ (opposés par le sommet de $\angle AOC$)
 $\angle BOC = 160^\circ$ (opposés par le sommet de $\angle AOD$)
6. a. 11,1 km b. 4,1 cm
7. a. 12 côtés b. $2\ 520^\circ$
 150° $1\ 080^\circ$
 $1\ 980^\circ$
8. À être vérifié par l'enseignant ou l'enseignante.